

Fonctions affines (corrigé)

► Exercice n°1 Sens de variation

Préciser le sens de variation de chacune des fonctions affines suivantes, en justifiant.

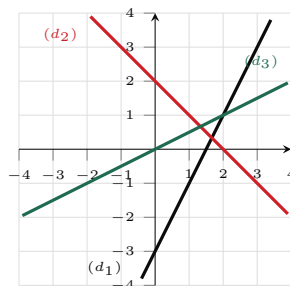
1. $f(x) = 5x - 8$ 2. $g(x) = -3x + 1$ 3. $h(x) = 4 - 0,5x$ 4. $k(x) = 7$

Correction. Le sens de variation est donné par le signe du coefficient directeur a .

1. $a = 5 > 0$, donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
2. $a = -3 < 0$, donc g est décroissante sur $\mathbb{R}$.
3. $h(x) = -0,5x + 4$, donc $a = -0,5 < 0$ et h est décroissante.
4. k est constante : $a = 0$. C'est bien une fonction affine, avec $b = 7$.

► Exercice n°2 Lecture graphique

Retrouver l'expression de chacune des trois fonctions affines représentées ci-dessous.



Correction. On lit l'ordonnée à l'origine sur l'axe des ordonnées, puis on avance de 1 pour lire le coefficient directeur.

1. (d_1) : ordonnée à l'origine -3 , on monte de 2 : $f_1(x) = 2x - 3$.
 2. (d_2) : ordonnée à l'origine 2, on descend de 1 : $f_2(x) = -x + 2$.
 3. (d_3) : ordonnée à l'origine 0, on monte de 0,5 : $f_3(x) = 0,5x$.
- (d_3) passe par l'origine : f_3 est de plus une fonction **linéaire**.

► Exercice n°3 Détermination par le calcul

Déterminer l'expression de chacune des fonctions affines suivantes.

1. $f(2) = 5$ et $f(-1) = -4$ 2. $g(0) = 3$ et $g(4) = 1$

Correction.

1. $a = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{5 + 4}{3} = 3$, puis $5 = 3 \times 2 + b$ donne $b = -1$, d'où $f(x) = 3x - 1$.

2. $g(0) = 3$ donne directement $b = 3$. Puis $a = \frac{1 - 3}{4 - 0} = -0,5$, d'où $g(x) = -0,5x + 3$.

► Exercice n°4 Deux tarifs

Une salle d'escalade propose deux formules : la **formule A**, à 9 euros la séance, et la **formule B**, un abonnement annuel de 45 euros puis 4,50 euros la séance. On note n le nombre de séances dans l'année, $A(n)$ et $B(n)$ les dépenses correspondantes.

1. Exprimer $A(n)$ et $B(n)$ en fonction de n . Quelle est la nature de ces fonctions ?
2. Laquelle des deux dépenses augmente le plus vite ? Justifier sans calcul.
3. Déterminer à partir de combien de séances la formule B devient plus avantageuse.

Correction.

1. $A(n) = 9n$ et $B(n) = 4,5n + 45$: deux fonctions affines, A étant même linéaire.
2. Le coefficient directeur de A vaut 9, celui de B vaut 4,5 : la dépense A augmente deux fois plus vite, puisque chaque séance supplémentaire coûte 9 euros au lieu de 4,50.
3. On résout $B(n) < A(n)$: $4,5n + 45 < 9n$, soit $45 < 4,5n$, d'où $n > 10$.
Les deux formules coûtent le même prix pour 10 séances, à savoir 90 euros. La formule B devient donc plus avantageuse **à partir de 11 séances**.

► Exercice n°5 Recherche : degrés Celsius et degrés Fahrenheit

Le passage des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit est modélisé par une fonction affine f : si x est la température en $^{\circ}\text{C}$, $f(x)$ est la même température en $^{\circ}\text{F}$. On sait que 0°C vaut 32°F et que 100°C vaut 212°F .

1. Déterminer l'expression de $f(x)$.
2. Convertir une température corporelle de 37°C .

3. Existe-t-il une température qui s'exprime par le même nombre dans les deux échelles ?

Correction.

1. $a = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = 1,8$, et $f(0) = 32$ donne $b = 32$. Ainsi $f(x) = 1,8x + 32$.
2. $f(37) = 1,8 \times 37 + 32 = 98,6$, soit $98,6$ °F.
3. On cherche x tel que $f(x) = x$, c'est-à-dire $1,8x + 32 = x$, soit $0,8x = -32$ et $x = -40$.

La température de -40 °C vaut aussi -40 °F, et c'est la seule : la droite d'équation $y = 1,8x + 32$ ne coupe la droite d'équation $y = x$ qu'en un point, leurs coefficients directeurs étant différents.