

CHAPITRE 1

Calcul littéral

1 Somme et produit

Définition 1 : somme, produit

Une expression est une **somme** si la dernière opération effectuée est une addition ou une soustraction, un **produit** si c'est une multiplication. Les **termes** d'une somme sont les expressions additionnées, avec leur signe ($3x - 5$: termes $3x$ et -5) ; les **facteurs** d'un produit sont les expressions multipliées.

Exemple

$A = (x + 2)(x - 7)$ est un produit (dernière opération : multiplication), de facteurs $x + 2$ et $x - 7$.
 $B = x^2 - 7$ est une somme (dernière opération : soustraction), de termes x^2 et -7 .

Capacité 1 : Distinguer une somme d'un produit

Classer les expressions suivantes en deux catégories : les sommes et les produits.

$$A = 3x - 5$$

$$B = (x + 1)(2x - 3)$$

$$C = 2x(x + 4) + 7$$

$$D = (x - 2)^2$$

$$E = 3 + (x + 1)(x - 2)$$

$$F = 5(x - 3)(2x + 1)$$

Définition 2 : développer, factoriser, réduire

Développer, c'est transformer un produit en somme ; **factoriser**, c'est transformer une somme en produit :

$$4(x - 2) \xrightleftharpoons[\text{factoriser}]{\text{développer}} 4x - 8$$

Réduire une somme, c'est l'écrire avec le moins de termes possible.

Exemple

Réduction de $A = 4x - 7 - 6x + 3$:

$$\begin{aligned} A &= 4x - 6x - 7 + 3 \\ &= -2x - 4 \end{aligned}$$

$x^2 + 2x = x(x + 2)$ est une factorisation : la somme $x^2 + 2x$ est écrite sous la forme du produit $x(x + 2)$.

2 Développer

Propriété 1 : distributivité simple

Pour tous réels k , a et b :

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

Exemple

Développement de $A = 5 - 3(2x - 1)$:

$$\begin{aligned} A &= 5 + (-3) \times 2x + (-3) \times (-1) \\ &= 5 - 6x + 3 \\ &= -6x + 8 \end{aligned}$$

Capacité 2 : Développer et réduire avec la distributivité simple

Développer puis réduire.

1. $A = 4(5x + 3)$

2. $B = -2(3x - 7)$

3. $C = 3x(2x - 5)$

4. $D = -(3x - 5)$

5. $E = 2(x + 3) - 3(x - 1)$

6. $F = x(x - 4) + 4(x - 4)$

Propriété 2 : double distributivité

Pour tous réels a , b , c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple

Développement de $A = (x + 5)(2x - 1)$:

$$\begin{aligned} A &= x \times 2x + x \times (-1) + 5 \times 2x + 5 \times (-1) \\ &= 2x^2 - x + 10x - 5 \\ &= 2x^2 + 9x - 5 \end{aligned}$$

Capacité 3 : Développer et réduire avec la double distributivité

Développer puis réduire.

1. $A = (2x + 3)(x + 8)$

3. $C = 2(x + 3)(3 - 2x)$

2. $B = (3x - 1)(2x - 4)$

4. $D = 2x(1 - x) - (x - 3)(3x + 2)$

3 Factoriser

Méthode : factoriser avec un facteur commun

- 1 Repérer un facteur k commun à tous les termes (nombre, lettre ou parenthèse) ; au besoin, le faire apparaître : $2x - 1 = -(1 - 2x)$.
- 2 Mettre k en facteur : $ka + kb = k(a + b)$.
- 3 Réduire le second facteur.

Exemple

Factorisation de $A = 10x - 15$, de facteur commun 5 :

$$\begin{aligned} A &= 5 \times 2x - 5 \times 3 \\ &= 5(2x - 3) \end{aligned}$$

Factorisation de $B = (x + 4)(2x - 1) - x(x + 4)$, de facteur commun $(x + 4)$:

$$\begin{aligned} B &= (x + 4) \times (2x - 1) - x \times (x + 4) \\ &= (x + 4)[(2x - 1) - x] \\ &= (x + 4)(x - 1) \end{aligned}$$

Capacité 4 : Factoriser avec un facteur commun

Factoriser, puis réduire si possible.

1. $A = 6x + 15$

4. $D = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)(4x + 5)$

2. $B = x^2 - 7x$

5. $E = (x - 2)^2 - 3(x - 2)$

3. $C = 4x^2 - 4x + 8$

6. $F = 5x(1 - 2x) - (4x + 3)(2x - 1)$

4 Identités remarquables

Propriété 3 : identités remarquables

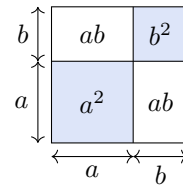
Pour tous réels a et b :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Démonstration : par la double distributivité



Aire du carré de côté $a + b$. ■

Exemple

Développement de $A = (x - 5)^2$ et de $B = (2x + 7)(2x - 7)$:

$$A = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$= x^2 - 10x + 25$$

$$B = (2x)^2 - 7^2$$

$$= 4x^2 - 49$$

Capacité 5 : Développer avec une identité remarquable

Développer puis réduire.

1. $A = (x + 3)^2$

2. $B = (3x - 4)^2$

3. $C = (x - 3)(x + 3)$

4. $D = (2x + 3)(2x - 3)$

5. $E = (4 - 3x)(3x + 4)$

6. $F = (2x - 3)^2 + (x + 5)(3 - x)$

Méthode : factoriser avec une identité remarquable

- ❶ Repérer les carrés a^2 et b^2 .
- ❷ Deux termes : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
- ❸ Trois termes : si le troisième est $2ab$ ou $-2ab$, écrire $(a + b)^2$ ou $(a - b)^2$.

Exemple

Factorisation de $A = x^2 + 10x + 25$ et de $B = 16 - x^2$:

$$A = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$= (x + 5)^2$$

$$B = 4^2 - x^2$$

$$= (4 - x)(4 + x)$$

Capacité 6 : Factoriser avec une identité remarquable

Factoriser.

1. $A = x^2 - 2x + 1$

2. $B = 4x^2 + 12x + 9$

3. $C = 9x^2 - 4$

4. $D = 25 - 40x + 16x^2$

5. $E = (x + 1)^2 - 16$

6. $F = 9 - (2x - 1)^2$