

Chapitre 1 : calcul littéral (corrigé)

► Exercice n°1 Développer avec la distributivité

Développer puis réduire.

1. $A = 3(4x - 5)$

3. $C = (x + 4)(2x - 3)$

2. $B = -x(2x + 7)$

4. $D = (3x - 2)(x - 1) - 2(x + 5)$

Correction.

1. Distributivité simple : on multiplie 3 par chacun des termes $4x$ et -5 .

$$A = 3 \times 4x - 3 \times 5$$

$$= \boxed{12x - 15}$$

2. On multiplie $-x$ par chaque terme, avec la règle des signes : $(-x) \times 2x = -2x^2$.

$$B = (-x) \times 2x + (-x) \times 7$$

$$= \boxed{-2x^2 - 7x}$$

3. Double distributivité : chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde, puis on réduit.

$$C = x \times 2x + x \times (-3) + 4 \times 2x + 4 \times (-3)$$

$$= 2x^2 - 3x + 8x - 12$$

$$= \boxed{2x^2 + 5x - 12}$$

4. On développe $(3x - 2)(x - 1)$ par double distributivité et $-2(x + 5)$ par distributivité simple, puis on réduit.

$$D = 3x \times x + 3x \times (-1) + (-2) \times x + (-2) \times (-1) + (-2) \times x + (-2) \times 5$$

$$= 3x^2 - 3x - 2x + 2 - 2x - 10$$

$$= \boxed{3x^2 - 7x - 8}$$

► Exercice n°2 Développer avec les identités remarquables

Développer puis réduire.

1. $A = (x + 7)^2$

3. $C = (5x - 2)(5x + 2)$

2. $B = (3x - 4)^2$

4. $D = (x + 3)^2 - (x - 3)^2$

Correction.

1. On applique $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 7$.

$$A = x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2$$

$$= \boxed{x^2 + 14x + 49}$$

2. On applique $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 4$.

$$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2$$

$$= \boxed{9x^2 - 24x + 16}$$

Attention : $(3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$, et non $3x^2$.

3. On applique $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ avec $a = 5x$ et $b = 2$.

$$C = (5x)^2 - 2^2$$

$$= \boxed{25x^2 - 4}$$

4. On développe chaque carré avec une identité remarquable, entre parenthèses : le signe $-$ devant $(x - 3)^2$ change le signe de chaque terme de son développement.

$$D = (x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2) - (x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2)$$

$$= (x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 6x + 9)$$

$$= x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9$$

$$= \boxed{12x}$$

► Exercice n°3 Factoriser avec un facteur commun

Factoriser.

1. $A = 8x - 12$

3. $C = (x + 5)(2x - 1) - (x + 5)(x + 8)$

2. $B = 5x^2 + 3x$

4. $D = (3x - 1)^2 + (3x - 1)(x + 2)$

Correction.

1. $8x = 4 \times 2x$ et $12 = 4 \times 3$: le plus grand facteur commun est 4.

$$A = 4 \times 2x - 4 \times 3$$

$$= \boxed{4(2x - 3)}$$

Attention : $2(4x - 6)$ est bien égal à A , mais la factorisation n'est pas terminée ; on met en facteur le plus grand nombre possible.

2. $5x^2 = x \times 5x$ et $3x = x \times 3$: le facteur commun est x .

$$B = x \times 5x + x \times 3$$

$$= \boxed{x(5x + 3)}$$

3. Le facteur commun est $(x + 5)$; le second terme est $-(x + 5) \times (x + 8)$: son signe $-$ porte sur toute la parenthèse $(x + 8)$.

$$C = (x + 5) \times (2x - 1) - (x + 5) \times (x + 8)$$

$$= (x + 5)[(2x - 1) - (x + 8)]$$

$$= (x + 5)(2x - 1 - x - 8)$$

$$= \boxed{(x + 5)(x - 9)}$$

4. $(3x - 1)^2 = (3x - 1) \times (3x - 1)$: le facteur commun est $(3x - 1)$.

$$D = (3x - 1) \times (3x - 1) + (3x - 1) \times (x + 2)$$

$$= (3x - 1)[(3x - 1) + (x + 2)]$$

$$= \boxed{(3x - 1)(4x + 1)}$$

► Exercice n°4 Factoriser avec les identités remarquables

Factoriser.

1. $A = x^2 - 36$

3. $C = 4x^2 + 20x + 25$

2. $B = x^2 - 8x + 16$

4. $D = (2x + 3)^2 - 1$

Correction.

1. Deux carrés séparés par un signe $-$: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = x$ et $b = 6$.

$$A = x^2 - 6^2$$

$$= \boxed{(x - 6)(x + 6)}$$

2. Deux carrés, x^2 et $16 = 4^2$; le troisième terme, $-8x = -2 \times x \times 4$, est $-2ab$ avec $a = x$ et $b = 4$: c'est $(a - b)^2$.

$$B = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2$$

$$= \boxed{(x - 4)^2}$$

3. $4x^2 = (2x)^2$ et $25 = 5^2$; le troisième terme, $20x = 2 \times 2x \times 5$, est $2ab$ avec $a = 2x$ et $b = 5$: c'est $(a + b)^2$.

$$C = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

$$= \boxed{(2x + 5)^2}$$

4. Deux carrés séparés par un signe $-$ ($1 = 1^2$), avec $a = 2x + 3$ et $b = 1$; à la fin, on met 2 en facteur dans chaque parenthèse.

$$D = (2x + 3)^2 - 1^2$$

$$= [(2x + 3) - 1][(2x + 3) + 1]$$

$$= (2x + 2)(2x + 4)$$

$$= 2(x + 1) \times 2(x + 2)$$

$$= \boxed{4(x + 1)(x + 2)}$$

► Exercice n°5 Choisir la forme adaptée

On pose $B(x) = (x + 3)^2 - (x + 3)(2x - 1)$.

1. Développer et réduire $B(x)$.

2. Factoriser $B(x)$.

3. Calculer $B(0)$ et $B(-3)$ avec la forme la plus adaptée, puis résoudre $B(x) = 0$.

4. L'égalité $(x + 3)^2 = x^2 + 9$ est-elle vraie pour tout réel x ? Justifier.

Correction.

1. On développe $(x + 3)^2$ avec $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(x + 3)(2x - 1)$ par double distributivité. Ce produit est précédé d'un signe $-$: on garde son développement entre parenthèses, puis on change le signe de chacun de ses termes.

$$B(x) = x^2 + 6x + 9 - (2x^2 - x + 6x - 3)$$

$$= x^2 + 6x + 9 - (2x^2 + 5x - 3)$$

$$= x^2 + 6x + 9 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= \boxed{-x^2 + x + 12}$$

2. $(x+3)^2 = (x+3) \times (x+3)$: le facteur commun est $(x+3)$.

$$B(x) = (x+3) \times (x+3) - (x+3) \times (2x-1)$$

$$= (x+3)[(x+3) - (2x-1)]$$

$$= (x+3)(x+3-2x+1)$$

$$= \boxed{(x+3)(4-x)}$$

3. Pour $B(0)$, la forme développée : les termes en x sont nuls, il reste le nombre 12.

$$B(0) = -0^2 + 0 + 12$$

$$= \boxed{12}$$

Pour $B(-3)$, la forme factorisée : le facteur $x+3$ vaut 0.

$$B(-3) = (-3+3) \times (4-(-3))$$

$$= 0 \times 7$$

$$= \boxed{0}$$

Pour résoudre $B(x) = 0$, la forme factorisée : un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$$B(x) = 0 \iff (x+3)(4-x) = 0$$

$$\iff x+3=0 \quad \text{ou} \quad 4-x=0$$

$$\iff x+3-\mathbf{3}=0-\mathbf{3} \quad \text{ou} \quad 4-x+\mathbf{x}=0+\mathbf{x}$$

$$\iff x=-3 \quad \text{ou} \quad 4=x$$

L'équation $B(x) = 0$ a deux solutions : $\boxed{x = -3 \text{ ou } x = 4}$.

4. Pour montrer qu'une égalité n'est pas vraie pour tout réel x , il suffit d'un contre-exemple : une valeur de x pour laquelle les deux membres sont différents. Pour $x = 1$:

$$(1+3)^2 = 4^2$$

$$= 16$$

$$1^2 + 9 = 1 + 9$$

$$= 10$$

$16 \neq 10$: l'égalité est $\boxed{\text{fausse}}$. En effet, $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$: il manque le double produit $6x$.