

Second degré (corrigé)

► Exercice n°1 Déterminer les coefficients d'un trinôme

Développer et mettre sous la forme $ax^2 + bx + c$ les fonctions suivantes, puis donner les valeurs de a , b et c :

$$1. p(x) = x(7 - 5x) - 2 \quad 2. q(x) = (x + 4)^2 \quad 3. r(x) = (2x + 3)(x - 5)$$

Correction.

- $p(x) = 7x - 5x^2 - 2 = -5x^2 + 7x - 2$, d'où $a = -5$, $b = 7$, $c = -2$.
- $q(x) = x^2 + 8x + 16$, d'où $a = 1$, $b = 8$, $c = 16$.
- $r(x) = 2x^2 - 10x + 3x - 15 = 2x^2 - 7x - 15$, d'où $a = 2$, $b = -7$, $c = -15$.

► Exercice n°2 Déterminer les racines par la règle du produit nul

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x avec la règle du produit nul.

$$1. (x - 4)(2x + 1) = 0 \quad 2. (5x - 2)^2 = 0 \quad 3. x^2 - 9 = 0$$

Correction.

- Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $x - 4 = 0$ ou $2x + 1 = 0$, d'où $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{2}; 4\right\}$.
- $(5x - 2)^2 = 0$ équivaut à $5x - 2 = 0$, d'où $\mathcal{S} = \left\{\frac{2}{5}\right\}$ (racine double).
- $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$, d'où $\mathcal{S} = \{-3; 3\}$.

► Exercice n°3 Déterminer les racines avec le discriminant

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x avec les formules de résolution d'une équation générale du second degré.

$$1. 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad 3. 3x^2 - 6x + 3 = 0 \\ 2. x^2 + 4x + 8 = 0 \quad 4. -2x^2 + 7x - 3 = 0$$

Correction.

- $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$ et $\sqrt{\Delta} = 5$; $x = \frac{3 \pm 5}{4}$, d'où $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$.
- $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 8 = -16 < 0$, d'où $\mathcal{S} = \emptyset$.
- $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 3 = 0$; racine double $x_0 = \frac{6}{6} = 1$, d'où $\mathcal{S} = \{1\}$.
- $\Delta = 7^2 - 4 \times (-2) \times (-3) = 25$ et $\sqrt{\Delta} = 5$; $x = \frac{-7 \pm 5}{-4}$, d'où $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{2}; 3\right\}$.

► Exercice n°4 Utiliser le théorème du signe d'un trinôme

- Dans chaque cas, on donne le tableau de signes d'un trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer le signe de a et celui du discriminant Δ .

a. Trinôme f :

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$

c. Trinôme h :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$h(x)$		$-$	0

b. Trinôme g :

x	$-\infty$	12	20	$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$

d. Trinôme k :

x	$-\infty$	$+\infty$
$k(x)$		$+$

- Déterminer les racines puis dresser le tableau de signes du trinôme $T(x) = -x^2 + x + 2$.

Correction.

- Le nombre de zéros du tableau donne le signe de Δ , et le signe de $f(x)$ à l'extérieur des racines donne celui de a .
 - Deux racines, -1 et 5 : $\Delta > 0$; $f(x) > 0$ à l'extérieur, donc $a > 0$.
 - Deux racines, 12 et 20 : $\Delta > 0$; $g(x) < 0$ à l'extérieur, donc $a < 0$.
 - Une racine double, 6 (pas de changement de signe) : $\Delta = 0$; $h(x) < 0$ ailleurs, donc $a < 0$.
 - Aucune racine : $\Delta < 0$; $k(x) > 0$, donc $a > 0$.
- $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 9$ et $\sqrt{\Delta} = 3$; $x = \frac{-1 \pm 3}{-2}$, d'où les racines -1 et 2 . Comme $a = -1 < 0$, le trinôme est négatif à l'extérieur des racines et positif entre elles.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$T(x)$		$-$	0	$+$